

## 測地衛星 GS-1 の同時観測による経度の決定

森 巧 ・ 第四管区海上保安本部水路部

Longitude Determination by Means of Simultaneous  
Observations of the Geodetic Satellite Gs-1

By

Takumi Mori : 4 th R.M.S.H Hydrograph. Dept.

## 1. はじめに

測地衛星 LAGEOS を複数地点において、ほぼ同時に距離測定すると、各観測点の瞬時の地心赤道座標系における絶対位置（地心距離及び緯度）、及び経度の相対位置がともに誤差  $\pm 0.2 \times 10^{-6}$  程度にきまることは、シミュレーションによって示された。（村田, 1982）、この誤差は天文観測の誤差（写真観測では  $\pm 1 \times 10^{-6}$ ）にくらべて小さい。

ここでは、LAGEOS の観測等によって、位置（経度の絶対値を除く）が正しくきまっている2地点で昭和61年に打上げ予定の日本の測地衛星 GS-1 の同時観測を行い、経度の絶対値をきめるときのきまり方を調べる。

## 2. 観 測

経度は、BIH の定義による零子午線に準拠してきめる（IAG, 1980）とすれば、二つの観測点を結ぶ直線の方角を UT 1 と基本暦で定義される天球座標系で測定することによって、きめることができる。（この天球座標系と地球に固定した任意の座標系の方角の相対関係は、現在、 $\pm 0.1 \times 10^{-6}$  で維持されていると考えてよい）。この直線を直接に見通すことはできないので、GS-1 の観測を仲介することになる。GS-1 は、レーザー光の反射体を備えたミラーボール型の人工衛星で、太陽光にあると鏡面加工された、直径 20 m の気球と同等の明るさに輝く。従って、レーザー光を媒体とした距離測定、及び、天体望遠鏡を用いた写真観測による方向の測定が適用できる）。

この作業における未知量は経度 1、及び、GS-1 の位置の 3 要素の計 4 である； 測量としては 2 地点からの距離測定 2、及び、いずれか 1 地点で写真観測をすとして、方向の 2 要素の、計 4 である。従って原理的には、ただ 1 回の同時観測で経度はきまる。

## 3. 観測方程式及び観測誤差の伝播

二つの観測点を 0, 1 で表示し、写真測定は 0 で行うことにする。観測点 0, 1 の座標をそれぞれ  $\Theta R_0$ ,  $\Theta R_1$ （ $\Theta$  は経度の決定にかかわる微小な回転行列）、観測点 0 で測定した GS-1 の位置ベクトルを  $r$  及び観測点 1 からの GS-1 の位置ベクトルを  $r'$  とすれば、観測方程式は

$$|\Theta R_0 + r - \Theta R_1|^2 = |r'|^2$$

となる。レーザを用いた距離測定誤差は±10cm以下とみてよいので、 $|r'|$  の誤差を無視して一次化すると、

$$r_1 \cdot \{ \Delta(\hat{H} D) - \Delta r \} = 0$$

但し

$$D = R_1 - R_0, \quad r_1 = r - \hat{H} D$$

前述によって、 $|D|$ ,  $|r|$  に誤差はないとしてよいから、 $\Delta p$ ,  $\Delta q$  を微小ベクトルとして、

$$\Delta(\hat{H} D) = \Delta p \times D, \quad \Delta r = \Delta q \times r$$

と書ける。従って、(1)は

$$r_1 \cdot (\Delta p \times D) = r_1 \cdot (\Delta q \times r)$$

すなわち

$$\Delta p \cdot (r_1 \times D) = \Delta q \cdot (r_1 \times r)$$

となる。

ここで、

$$r_1 \times D = r_1 \times r = r \times D$$

であるから、(2)は、

$$\Delta p \cdot (D \times r) = \Delta q \cdot (D \times r)$$

である。

さて、 $\Delta p$  の誤差は経度の決定にかかわる自転軸まわりの微小回転のみとしてよいから、それを  $\epsilon_\lambda$  とし、自転軸を Z 軸とする赤道直交座標系で表示すると、 $(0, 0, \epsilon_\lambda)$  となる。 $\Delta q$  の誤差は、われわれの場合、写真測定の誤差であり、従って、等方向としてよい。それを  $\epsilon$  として(3)に適用すれば

$$\epsilon_\lambda^2 = \frac{(D \times r)^2}{(D \times r)_z^2} \cdot \epsilon^2$$

と書ける。右辺  $\epsilon^2$  の係数は、二つの観測点と GS-1 がつくる赤道面の赤道面に対する傾き角を  $\eta$  とすれば  $\sec^2 \eta$  で表わされる。

経度をきめるもっとも具合のよい条件は、二つの観測点と人工衛星とが赤道面に平行な面内にあること、すなわち

- a. 二つの観測点を等緯度に設定し、かつ、
- b. 人工衛星が天の赤道を通過するときに観測する。

ことである。

この場合、写真観測の誤差がそのまま、経度決定の誤差になる。単観測の誤差は、±0."2 見当であるから、異なる赤経域での観測を繰り返すことによって、経度は±0."1程度にきめることができよう。

#### 4. 具体的な見積り

前項 a., b. の条件を厳密に実行することは現実的でない。ここでは、島嶼等に配置される観測点を想定し、それらの組み合わせが経度の決定にどのように有効であるかを、 $\sec^2 \eta$  の等値を与える衛星直下点の軌跡を海図上に例示することによって調べる。

大雑把な話でよいから、必ずしもこれをたどる必要はないが、まず  $\sec^2 \eta$  の算式を揚げておく。

地球を半径 1 の球とし、二つの観測地点はその球面上にあり、また人工衛星は半径 a の円軌道を運動するものとする。二つの観測地点の座標を  $(\varphi_0, \lambda_0)$ ,  $(\varphi_1, \lambda_1)$ , 人工衛星の直下点の座標を  $(\varphi, \lambda)$  とすると、 $D, r$  は

$$D = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 \cos\lambda_1 - \cos\varphi_0 \cos\lambda_0 \\ \cos\varphi_1 \sin\lambda_1 - \cos\varphi_0 \sin\lambda_0 \\ \sin\varphi_1 & -\sin\varphi_0 \end{pmatrix}, \quad r = \begin{pmatrix} a \cos\varphi \cos\lambda - \cos\varphi_0 \cos\lambda_0 \\ a \cos\varphi \sin\lambda - \cos\varphi_0 \sin\lambda_0 \\ a \sin\varphi & -\sin\varphi_0 \end{pmatrix}$$

によって計算できる。これを改めて

$$D = d \begin{pmatrix} \cos D \cos H \\ \cos D \sin H \\ \sin D \end{pmatrix}, \quad r = r \begin{pmatrix} \cos \delta \cos h \\ \cos \delta \sin h \\ \sin \delta \end{pmatrix}$$

とおけば(4)によって

$$\sec^2 \eta = \frac{\sin^2 \pi}{\cos^2 D \cos^2 \delta \sin^2 (h - H)},$$

と書ける。但し、

$$\sin \pi = \sin D \sin \delta + \cos D \cos \delta \cos (h - H)$$

なお、 $\pi, h$  等の天球上での関係は第 1 図のとおりである。ついでながら、同図の角 C を用いれば、

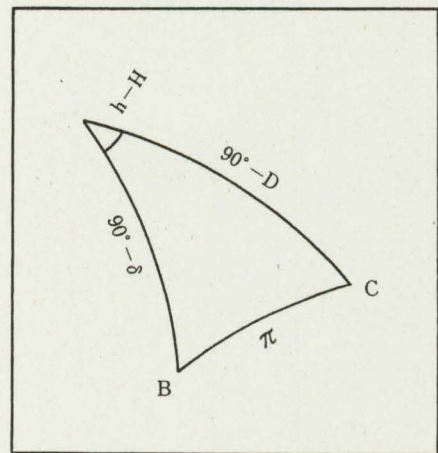
$$\sec^2 \eta = \sec^2 D \cdot \operatorname{cosec}^2 C$$

となり、見た目にはよい。

以後の計算では、 $a = 7878 \text{ Km} / 6378 \text{ Km}$  とし、また、GS-1 が、二つの観測地点からともに高度  $20^\circ$  以上にみえるときのみを扱った。実際の計算及び作図は相当雑に行ったが、大方の傾向は理解されよう。

a. もっとも具合のよい選択は計算するまでもなく、美星一堂平山、那覇-父島(第 2 図)等、観測点が東西に配置するものである。図の読み方を説明するために第 2 図の実線(那覇-父島の組合せ)について記す。

N, T は観測の位置、数字 1.00 (小数以下 2 桁) を含む直線は、 $\sec^2 \eta$  の最小値が 1.00 であり、人工衛星がこの地点の上空を通過するとき観測すべきであること、数字 1.5 を含む直線は、人工衛星がこの上空にあるとき観測すれば、 $\epsilon_\lambda = 1.5 \cdot \epsilon$  となること、2.0 を含む直線はこの辺が、観測が有効である限界であることを示す。



第 1 図 観測点間の見通し (C) と人工衛星の方向 (B)

す。

これらの直線の両端点を通る曲線は、これより内側は、両観測地点からみて、人工衛星の高度角が  $20^\circ$  より大きい、すなわち同時観測ができる限界を示す。

b. もっとも悪い例は、美星-南大東島など、南北の配置で、この場合は、 $\sec^2 D = 3.46$  となり、これだけでも大きい、高度の制限も考慮すると、 $\sec^2 \eta$  の最小値はさらに大きく、また、その等値線は南北に立つことにもなるので、美星-南大東島間の観測で経度をきめることは全く不可能であるといえる。鹿野山-父島間についても、 $\sec^2 D = 3.26$  であり、同様に経度の決定には無効である。

c. これらの中間として、美星-釧路、美星-南鳥島（第3図）などが考えられるが、美星-釧路の場合は、等値線が南北に立つために、また、美星-南鳥島の場合は、相互の距離が大きいため、ともに、同時観測の機会が小さく、経度の決定に大いに好ましいとは言えない。

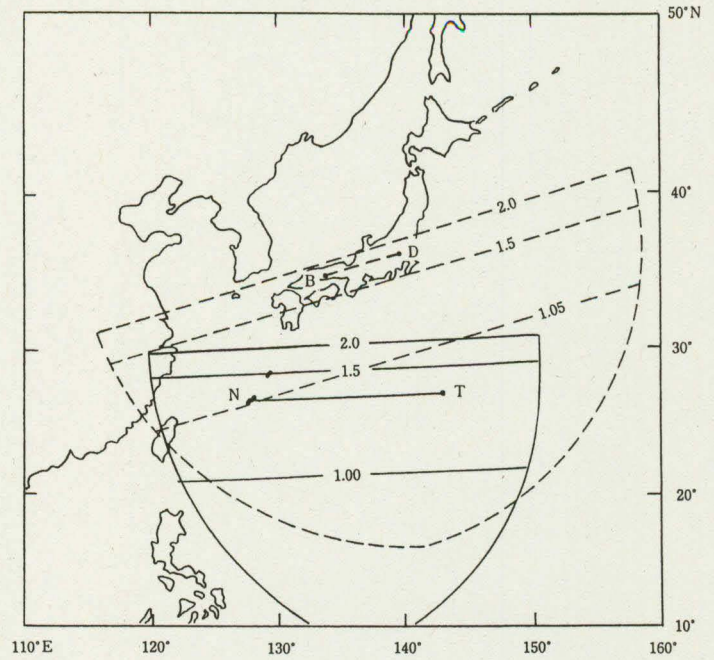
### 5. おわりに

本稿は、本年5月の IAG 総会における講演「海洋測地網の整備」山崎昭及び森朽（marine geodesy に掲載予定）における DS-1 の利用に関する記述の一部を裏付けるための資料である。

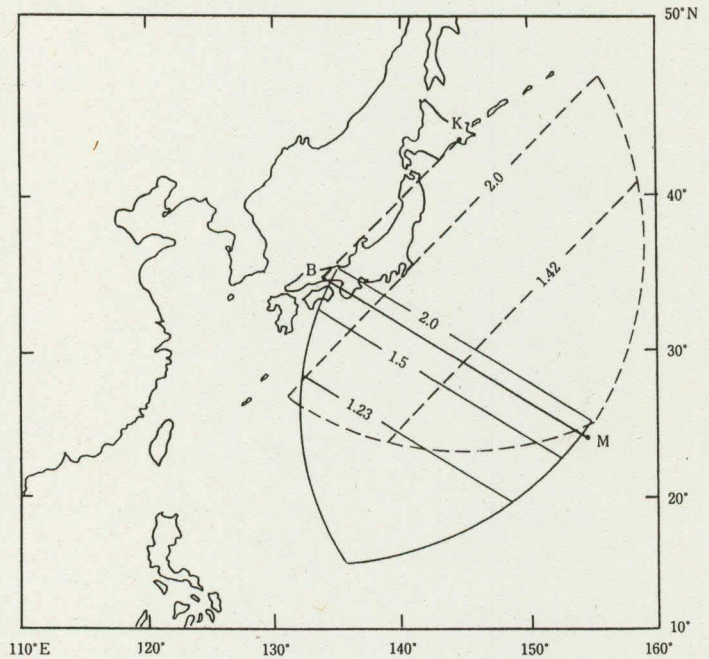
### 参考文献

村田正秋, 1982, 「宇宙技術を用いた広域即殻変動観測システムの調査研究報告書」。(リモートセンシング技術センター昭和57年3月) 148-166ページ

IAG, 1980, Report of Special Study Group No. 539 of IAG, "Fundamental Geodetic Constant"



第2図  $\sec^2 \eta$  の等値線  
破線 美星 (B) - 堂平山 (D)



第3図  $\sec^2 \eta$  の等値線  
破線 美星 (B) - 釧路 (K)  
実線 美星 (B) - 南鳥島 (M)